2022 年中华人民共和国普通高等学校

联合招收华侨港澳台学生入学考试

数 学 试 题

考点名称		姓　　名	
考 生 号		科　　类	

机密★启用前

2022年中华人民共和国普通高等学校
联合招收华侨港澳台学生入学考试

数　　学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{x\mid x^2\in A\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,4\}$　　D. $\varnothing$

2. 已知 $z=\dfrac{2+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，则 $z+\bar{z}=$

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 3

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(x+2,\ 1+x)$，$\boldsymbol{b}=(x-2,1-x)$．若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则

A. $x^2=2$　　B. $|x|=2$　　C. $x^2=3$　　D. $|x|=3$

4. 不等式 $\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}-3<0$ 的解集是

A. $(-1,0)\cup(0,\dfrac{1}{3})$　　B. $(-3,0)\cup(0,1)$

C. $(-\infty,-1)\cup(\dfrac{1}{3},+\infty)$　　D. $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$

5. 以 $(1,0)$ 为焦点，y 轴为准线的抛物线的方程是

A. $y^2=x-\dfrac{1}{2}$　　B. $y^2=x+1$

C. $y^2=2x-1$　　D. $y^2=2x+1$

6. 底面积为 2π，侧面积为 6π 的圆锥的体积是

A. 8π　　B. $\dfrac{8\pi}{3}$　　C. 2π　　D. $\dfrac{4\pi}{3}$

7. 设 x_1 和 x_2 是函数 $f(x)=x^3+2ax^2+x+1$ 的两个极值点．若 $x_2-x_1=2$，则 $a^2=$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$．若 $f(\frac{\pi}{3})=f(-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$，则 $\varphi=$

A. $2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$　　B. $2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$

C. $2k\pi-\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$　　D. $2k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$

9. 函数 $y=2^{\frac{1}{x}}(x>0)$ 的反函数是

A. $y=\frac{1}{\log_2 x}(x>1)$　　B. $y=\log_2\frac{1}{x}(x>1)$

C. $y=\frac{1}{\log_2 x}(0<x<1)$　　D. $y=\log_2\frac{1}{x}(0<x<1)$

10. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为1，公比为 q，前 n 项和为 S_n．令 $b_n=S_n+2$，若 $\{b_n\}$ 也是等比数列，则 $q=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $\frac{7}{2}$

11. 若双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线与直线 $y=2x+1$ 垂直，则 C 的离心率为

A. 5　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\frac{5}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12. 在 $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 中任取3个不同的数，则这3个数的和能被3整除的概率是

A. $\frac{9}{28}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{5}{14}$　　D. $\frac{2}{5}$

二、填空题：本题共6小题，每小题5分，共30分。

13. 曲线 $y=x\ln x$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为__________.

14. 已知 O 为坐标原点，点 P 在圆 $(x+1)^2+y^2=9$ 上，则 $|OP|$ 的最小值为__________.

15. 若 $\tan\theta=3$，则 $\tan 2\theta=$__________.

16. 设函数 $f(x)=a^x(a>0,且a\neq1)$ 是增函数，若 $\frac{f(1)-f(-1)}{f(2)-f(-2)}=\frac{3}{10}$，则 $a=$__________.

17. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=1$，$AA_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的大小为__________.

18. 设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，$g(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数．若 $f(x)+g(x)=2^x$，则 $g(2)=$__________.

三、解答题：本题共 4 小题，每小题 15 分，共 60 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

19.（15 分）

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\sin A=3\sin B$，$C=\dfrac{\pi}{3}$，$c=\sqrt{7}$.

（1）求a；

（2）求$\sin A$.

20.（15 分）

设$\{a_n\}$是首项为1，公差不为0的等差数列，且a_1，a_2，a_6成等比数列.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）令$b_n=(-1)^n a_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

21.（15 分）

甲、乙两名运动员进行五局三胜制的乒乓球比赛，先赢得3局的运动员获胜，并结束比赛．设各局比赛的结果相互独立，每局比赛甲赢的概率为$\dfrac{2}{3}$，乙赢的概率为$\dfrac{1}{3}$.

（1）求甲获胜的概率；

（2）设X为结束比赛所需要的局数，求随机变量X的分布列及数学期望.

22.（15 分）

已知椭圆C的左、右焦点分别为$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，直线$y=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$交C于A，B两点，$|AB|=2\sqrt{7}$，四边形AF_1BF_2的面积为$4\sqrt{3}$.

（1）求c；

（2）求C的方程.